

Übungen zur Einführung in die Astrophysik II

Blatt 2 (Abgabe: 3.5.2020, 19:00)

René Reifarth, Tanja Heftrich
Anton Görtz, Enis Lorenz, Dominik Plonka

1. Schätzen Sie die Temperatur eines Staubkorns ab, das sich im thermischen Gleichgewicht mit einem Stern in 100 AE Entfernung befindet.
 - Der Stern habe die Oberflächentemperatur $T_{\star} = 7600$ K
 - Der Stern habe den Radius $R_{\star} = 1,4 R_{\odot}$
 - Behandeln Sie Stern und Staubkorn als schwarzen Körper (Stefan-Boltzmann-Gesetz).
 - Behandeln Sie Stern und Staubkorn als Kugel.
2. Der Boltzmann Faktor, $e^{-(E_2-E_1)/kT}$, bestimmt die relativen Besetzungswahrscheinlichkeiten verschiedener Energieniveaus. Schätzen Sie mit Hilfe des Boltzmannfaktors die Temperatur ab, die notwendig ist, um beim Wasserstoffatom den Elektronspin vom entgegengesetzten Zustand in den gleichgerichteten Zustand zu bringen. Das im umgekehrten Prozess emittierte Photon hat eine Wellenlänge von 21 cm. Sind die typischen Temperaturen interstellarer Wolken dafür ausreichend?
3. Die kinetische Energie der Rotation ist gegeben durch:

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{L^2}{2I} \quad (1)$$

wobei L der Drehimpuls des Moleküls ist und I dessen Trägheitsmoment. Wie innerhalb der Quantenmechanik beschrieben, kann der Drehimpuls nur diskrete Werte annehmen:

$$L = \hbar \cdot \sqrt{l(l+1)} \quad (2)$$

mit $l = 0, 1, 2, 3, \dots$

(a) Für ein zweiatomiges Molekül gilt:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \quad (3)$$

hier sind m_1, m_2 die Massen der Atome und r_1, r_2 deren Abstände zum Schwerpunkt. Zeigen Sie, dass gilt:

$$I = \mu r^2 \quad (4)$$

wobei $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ die reduzierte Masse ist $r = r_1 + r_2$ der Abstand der Atome.

- (b) Der Abstand zwischen C und O im CO Molekül ist etwa 0,12 nm. Die atomaren Massen von ^{12}C , ^{13}C und ^{16}O sind 12,0 u, 13,0 u und 16,0 u. Bestimmen Sie die Trägheitsmomente von ^{12}CO und ^{13}CO .
- (c) Wie groß ist die Wellenlänge des abgestrahlten Photons, das beim Übergang der Rotationsniveaus $l = 3$ nach $l = 2$ vom ^{12}CO Molekül abgestrahlt wird? Welchem Wellenlängenbereich entspricht das?
- (d) Wiederholen Sie c) für das ^{13}CO Molekül. Wie können Astronomen zwischen verschiedenen Isotopen im interstellaren Medium unterscheiden?