

Übungen zur Einführung in die Astrophysik II

Musterlösung

Blatt 11

7. Juni 2020

René Reifarh, Tanja Heftrich
Anton Görtz, Enis Lorenz, Dominik Plonka

1. Durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke für L_{Akk} ergibt sich:

$$\eta = \frac{GM}{2Rc^2} = \frac{R_S}{4R} \text{ mit } R_S = \frac{2GM}{c^2}$$

Einsetzen der beiden Radii liefert:

$$\eta(3R_S) = \frac{1}{12} = 0.083 \text{ und } \eta(0.5R_S) = \frac{1}{2} = 0.5$$

2. Für die gegebene Masse des Schwarzes Loches berechnet sich die Eddington Leuchtkraft zu:

$$L_{Edd} = 3.2 \cdot 10^{12} L_{\odot}$$

Für die Akkretionsrate gilt:

$$\dot{M} = \frac{L_{Edd}}{\eta c^2}$$

Daraus berechnet sich die Rate für das nicht-rotierende und rotierende Schwarze Loch zu:

$$\dot{M}_{norot} = \frac{3.2 \cdot 10^{12} \cdot 3.846 \cdot 10^{26} \text{ W}}{0.0572c^2} = 2.394 \cdot 10^{23} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 3.796 \frac{M_{\odot}}{\text{a}}$$

$$\dot{M}_{rot} = \frac{3.2 \cdot 10^{12} \cdot 3.846 \cdot 10^{26} \text{ W}}{0.423c^2} = 3.237 \cdot 10^{22} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 0.513 \frac{M_{\odot}}{\text{a}}$$

3. Eines der unverstandenen Probleme ...

- (a) $L = I\omega = \frac{2\pi I}{T}$ mit I : Trägheitstensor
somit $T = \frac{2\pi I}{L}$

Mit der Angabe: $L_G = 100 * L_S$ (S: Sonne, G: Gesamt) und der realen Periodendauer $T_S = 25 \text{ d}$ folgt für T_G falls der gesamte Drehimpuls in der Sonne ist:

$$T_G = \frac{2\pi I}{L_G} = \frac{T_S}{100} = 0,25 \text{ d}$$

- (b) Für die Rotationsgeschwindigkeit gilt:

$$\omega = \frac{v}{R} \text{ und somit } v = \frac{2\pi R}{T}$$

Mit $v_S = 2 \text{ km/s}$ folgt für die Geschwindigkeit v_g , falls der gesamte Drehimpuls in der Sonne ist:

$$v_G = \frac{2\pi R}{T_G} = 100 * v_S = 200 \text{ km/s}$$

- (c) Für die Fluchtgeschwindigkeit der Sonne gilt: $v_F \approx 600 \text{ km/s}$. Für das Verhältnis der in b) errechneten Geschwindigkeit folgt damit: $\frac{v_F}{v_G} = 3$. Das heißt, dass die Rotationsgeschwindigkeit noch um den Faktor 3 zunehmen und damit die Periodendauer um den Faktor 3 abnehmen kann, ohne dass die Oberfläche der Sonne der Gravitationskraft entkommen kann und somit die Sonne instabil werden würde.

$$T_{min} = \frac{T_G}{3} \approx 0,08 \text{ d} \approx 2 \text{ h.}$$